

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ 1ου ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΜΟΤΗΝΗΣ

ΣΑΒΒΑΤΟ 25 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2015

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω ότι x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$. Αν f_i είναι η σχετική συχνότητα της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$, να αποδείξετε ότι:

(α) $0 \leq f_i \leq 1$, για $i = 1, 2, \dots, k$.

(β) $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$.

Μονάδες 8

A2. Έστω f μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού A . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A$;

Μονάδες 3

A3. Πότε δύο ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω λέγονται ασυμβίβαστα;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Σε ομαδοποιημένα δεδομένα το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι πάντα ίσο με το μέγεθος του δείγματος.

β) Ο δειγματικός χώρος Ω ενός πειράματος τύχης λέγεται βέβαιο ενδεχόμενο.

γ) Για την παράγωγο μιας σύνθετης συνάρτησης ισχύει

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x),$$

όπου f, g είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

- δ) Η διάμεσος είναι ένα μέτρο θέσης, το οποίο επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές.
- ε) Για τη συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ ισχύει ότι $f'(x) = -\sigma\upsilon\nu x$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Έστω A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω . Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = \ln(x^2 - 4x)$. Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο A είναι ίση με $f'(6)$, η πιθανότητα να μην πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο B είναι ίση με $-\frac{5}{13}f''(-1)$ και η πιθανότητα να μην πραγματοποιηθεί ούτε το A ούτε το B είναι ίση με $\lim_{x \rightarrow 4} [(\sqrt{x+5} - 3)f'(x)]$.

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

Μονάδες 2

B2. Να αποδείξετε ότι $P(A) = \frac{2}{3}$ και $P(B) = \frac{3}{5}$.

Μονάδες 8

B3. Να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί ένα το πολύ από τα A και B .

Μονάδες 5

B4. Να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί ένα ακριβώς από τα A και B

Μονάδες 5

B5. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα τη συνάρτηση $g(x) = e^{f(x)} + 2x - 5$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Οι επιδόσεις (σε δευτερόλεπτα) μιας ομάδας αθλητών στον αγώνα των 400 μέτρων έχουν ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους. Για τις επιδόσεις των αθλητών ισχύουν τα παρακάτω:

- Η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 53,2$.
- Έχουν εύρος $R = 20$.
- Η κεντρική τιμή της τρίτης κλάσης είναι 54.
- Η αθροιστική σχετική συχνότητα της τέταρτης κλάσης είναι 90%.
- Η αθροιστική συχνότητα της τρίτης κλάσης είναι ίση με τα $\frac{3}{5}$ του μεγέθους του δείγματος.
- Η γωνία του κυκλικού διαγράμματος που αντιστοιχεί στην πρώτη κλάση είναι 72° .

Γ1. Να αποδείξετε ότι η πρώτη κλάση έχει όρια 44 - 48.

Μονάδες 6

Γ2. Να αποδείξετε ότι $f_2 = 0,3$ και $F_3 = 0,6$.

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε τη διάμεσο δ των επιδόσεων των αθλητών.

Μονάδες 6

Γ4. Στην επόμενη φάση προκρίνονται οι αθλητές που η επίδοσή τους είναι μικρότερη από 50 δευτερόλεπτα. Αν στην επόμενη φάση προκρίθηκαν 28 αθλητές να βρείτε ποιος είναι ο συνολικός αριθμός των αθλητών που διαγωνίστηκαν.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$. Για τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω ισχύουν οι σχέσεις:

$$\frac{P(1)}{\alpha} = \frac{P(2)}{\alpha+1} = \frac{P(3)}{\alpha+2} = \frac{P(4)}{\alpha+3} = P(5),$$

όπου α θετικός ακέραιος. Θεωρούμε το ενδεχόμενο

$$A = \left\{ \omega \in \Omega / \text{οι παρατηρήσεις } 3, \omega, 2\omega + 2, 3\omega - 1, 4\omega + 1 \text{ έχουν } CV < \frac{\sqrt{14}}{7} \right\}$$

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

με $P(A) = \frac{1}{3}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων $3, \omega, 2\omega+2, 3\omega-1, 4\omega+1$ είναι $\bar{x} = 2\omega+1$.

Μονάδες 4

Δ2. Να αποδείξετε ότι $A = \{1,2\}$.

Μονάδες 6

Δ3. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$.

Μονάδες 5

Έστω B ένα ενδεχόμενο του Ω τέτοιο ώστε τα $B \subseteq A'$ και $P(B) = \frac{2}{5}$.

Δ4. Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων του το ενδεχόμενο B .

Μονάδες 5

Δ5. Να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιείται το A ή να μην πραγματοποιείται το B .

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω να συμπληρώσετε τα ατομικά στοιχεία μαθητή. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο και **να μην γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει. Μολύβι επιτρέπεται, και μόνο για πίνακες, διαγράμματα κλπ.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.00.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ